

ASR semestre 1, période 1:
ARCHITECTURES DES ORDINATEURS

Unité de Formation 1 :
ARCHITECTURE, CODAGES ET CIRCUITS

Chapitre 1:
Représentation et codage des informations,
Traitements associés

Partie 1: Représentations/Codages, premiers exemples (binaire pur, compléments à la base)

dimanche 9 septembre 2007

Représentation et codage des informations, traitements associés

Partie 1: Représentations/Codages, premiers exemples (binaire pur, compléments à la base)

Résumé ▶ 141-142

- ◆ 1. **Représentation** des informations, **interprétation** des **codages**
- ◆ 2. Le « **binaire pur** »: une (première) représentation et des opérations arithmétiques associées pour les **entiers naturels**, extensions possibles
- ◆ 3. Le **complément à la base** : une représentation et des opérations arithmétiques pour les **entiers relatifs**
- ◆ Annexes Partie 1]



28

96

126

Partie 2: Exemples complémentaires (DCB, flottant et chaînes binaires)

- ◆ 4. Le **Décimal Codé Binaire** (- DCB -) : une représentation et des opérations arithmétiques pour les **entiers** (extension aux **réels**)
- ◆ 5. La **virgule flottante** : une représentation et des opérations arithmétiques pour les **nombre réels**
- ◆ 6. Les opérations **logiques** sur des chaînes de bits, calculs sur des **booléens** (voir aussi chapitre 2)

1. Représentation des informations, interprétation des codages

1.1 Réflexion préalable: un individu et son environnement

- ◆ On identifie d'abord des «entités» d'un **environnement** ou «**monde sensible**». C'est la «**réalité externe**»... Naturelle/Artificielle? (4)
 - Un monde réel (- naturel et/ou artificiel? -) dans lequel des entités existent préalablement, **en dehors** de leurs **représentations** : des objets et états de chose du monde...
- ◆ **L'individu** dispose notamment de «mécanismes» complexes (analyseurs sensoriels, expériences sensorielles) responsables de la construction de **représentations mentales** particulières, de notions abstraites, dans le **support biologique** qu'est son cerveau.
 - Ces mécanismes permettent d'isoler, d'extraire des invariants spatio-temporels que sont les **représentations mentales** des objets, des propriétés ou des événements externes. Exemples (4)
- ◆ Pour **l'individu**, un «**espace abstrait**» de **représentations mentales** est ainsi constitué. Par cette première *activité de représentation*, il est mis ici en correspondance directe avec une «**réalité externe**»: ce n'est pas ici le thème de notre réflexion.

1.1 Réflexion préalable: représentations mentales abstraites, naturelles ou artificielles

- ◆ Pour l'individu, un « espace abstrait » de **représentations mentales**, de notions abstraites, est donc identifié. Il est constitué:
 - Par des **représentations mentales** «**naturelles**»: des sensations **directes** (immédiates?) et/ou des représentations acquises par l'expérience.
 - ◆ Exemple: La vision de **couleurs**, la perception de **sons**, etc. sont des abstractions naturelles... Une sphère colorée et/ou «voir sphériquement et rougement»?
 - Mais également, par des **représentations mentales** «**artificielles**»: des représentations conceptuelles que les ingénieurs ou les mathématiciens construisent de façon rationnelle (- pour les intégrer ensuite dans des systèmes de traitement de l'information... -).
 - ◆ Exemple: Les **nombres**, la **numération** comme «abstractions» pour représenter une **quantité**, pour la mesure.
 - ◆ Exemple : Un langage (formel), etc.



1.1 Réflexion préalable: individu, espaces abstraits/concrets

- ◆ Un « **espace abstrait** » de **représentations mentales** est d'abord identifié par rapport à l'**individu**. Il correspond aux **représentations mentales** – ou: notions abstraites, concepts, informations - que l'individu élabore dans son **support biologique** (cerveau, etc.). Cet espace englobe ici, par extension, la «**réalité externe**» que perçoit et **représente(*)** l'individu... On ne s'intéresse pas à ce *mécanisme* (*), mais à «**l'espace abstrait**» qui en résulte...

Réalité externe? (3)

Exemples Couleurs/Nombres? (4)

Supports ? (6)

Informations/données ? (7)

- ◆ Ces concepts de « **l'espace abstrait** » sont alors **représentées** par des objets concrets – ou: des données codées sur des supports -. On utilise des règles de codage. On peut **manipuler** ces données à l'**extérieur** ou à l'**intérieur** de l'**ordinateur**: suites de **symboles**.
- ◆ Ce nouvel « **espace concret** » des **représentations codées** est en rapport avec des **supports concrets** (autres que le «cerveau» : papier, écran, processeur, etc.) et des règles précises de codage.

Objectif visé: **notation** cohérente (8)

A illustrer à l'aide d'un **schéma**? (12) (21)

1.1 Réflexion préalable: supports des représentations, support biologique et supports concrets

On est ainsi amené à distinguer les représentations en fonction de leur support. Les supports imposent des contraintes spécifiques pour la mise en œuvre des opérations de traitement.

- ◆ Le **support biologique** des représentations cognitives est caractérisé par les capacités **spécifiques** de traitement de l'**individu**.
 - Il peut construire et manipuler des représentations de type analogique, comme les images mentales.
 - Mais, il peut également traiter des représentations plus artificielles de type symbolique comme le langage, les nombres.
- ◆ On distinguera ici le **support biologique** (- le cerveau de l'**individu** -) des **autres types de supports concrets**. On identifie le **support biologique** (- donc, l'**individu** devant l'ordinateur... -) à l'environnement « abstrait ». Ce sont les supports concrets qui nous intéresse ici.

1.1 Réflexion préalable: supports des représentations, traitements (des représentations) des informations

- ◆ La **représentation(*)**, comme **action** de représenter, a pour fonction de représenter une entité du monde sensible - un objet ou un événement - comme ayant telle ou telle propriété. La première qualité de toute représentation est qu'elle est censée porter **une information** sur un état de chose.
- ◆ Lors de la **représentation** des informations abstraites, on peut éventuellement distinguer les représentations concrètes (**objets concrets, données codées**) – porteuses de l'information initiale - des **supports** sur lesquels s'inscrivent ces représentations.
- ◆ Les informations ne constituent véritablement des représentations concrètes que s'il existe également **des procédés** permettant de les exploiter: **le traitement (des représentations) de l'information**.
- ◆ L'ordinateur (- comme nous même?? -) ne traite pas véritablement l'information mais ses représentations concrètes codées.

1. Représentation des informations, interprétation des codages

1.1 Réflexion préalable: modèle général de notations

◆ Nous utilisons *l'italique (souligné)* pour indiquer un concept d'un **espace abstrait**. Les données codés d'un **espace de représentations concrètes** sont généralement notés par des suites de symboles.

◆ $\text{code action} [\underline{n}] \rightarrow \text{xx...x}$ action de *représentation* du **concept abstrait n** par une **représentation concrète**, action précisée en indice

◆ $[\text{x...x}]_{\text{code action}} \rightarrow \underline{n}$ action *d'interprétation* de la suite de symboles x...x (symboles liés à une **représentation concrète**) en tant que **concept d'un espace abstrait**, action rappelée en indice.

Individu, *espaces abstraits*/concrets ? (5)

= souligne la comparaison de codes disponibles, *codage/décodage*

◆ Comparaison de **représentations concrètes** ou **codes** disponibles :

$$\text{◆ } [\text{x...x}]_{\text{code action 1}} = [\text{y...y}]_{\text{code action 2}}$$

Espace concret 1

n de l'espace **abstrait**

Espace concret 2

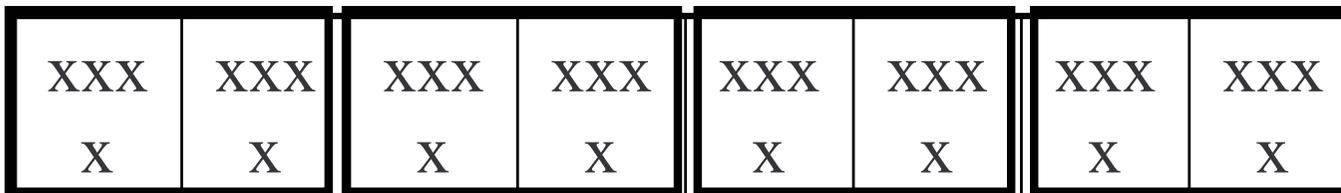
Des **représentations concrètes** d'une même **notion abstraite n**

1. Représentation des informations, interprétation des codages

1.1 Réflexion préalable: des supports « binaires »

- ◆ Les **ordinateurs** travaillent avec des «**données**» **codées** sur des suites de **positions binaires** (support: **bit** ou «binary digit»). Ces suites sont en général de **longueurs fixes** : les quartets, les **octets**, les **mots** (courts, longs).
- ◆ On observe des tailles différentes suivant la machine et les codages. Dans notre cas, généralement : 4, 8, 16, 32, 64, 128 bits

Codage binaire/interprétation de ces données? (10)



Contraintes taille (11) ?

Ordre de rangement?

←→ quartet de 4 bits (caractère hexadécimal)

←→ octet de 8 bits (unsigned char)

←→ demi-mot (unsigned short int)

←→ mot (unsigned int) 9

1.1 Réflexion préalable: codage sur des supports de données «binaires» interprétation

- ◆ On dispose, pour représenter des objets «concrets» - des données codées - à l'**intérieur de l'ordinateur**, de **supports physiques** élémentaires (bit, binary digit) pouvant enregistrer un **état stable parmi deux**, pouvant basculer entre ces deux états:
 - A la base de ce dispositif physique : 2 niveaux de tensions (V_{SS} bas et V_{DD} haut) appliqués à des montages de **transistors**...
 - Les états «bloqués» ou «saturés» des **transistors** (voir plus loin)
- ◆ Ces **états**, souvent représentés par les **symboles** (binaires) **0** et **1**, sont *interprétés* comme les **valeurs** **0** et **1** d'un booléen b_i .
- ◆ Lors d'un codage, on utilise **n** positions binaires (bits, binary digits). Les positions de cette suite sont généralement d'abord considérées comme des **valeurs booléennes** b_{n-1}, b_i, \dots, b_0 .
- ◆ Les objets «internes» de l'ordinateur seront représentés à l'aide de chaînes de bits. Lors de son *interprétation*, chaque bit possède une **valeur** qui correspond à l'un de ses **deux états stables** codés généralement : **0** ou **1**.

1.1 Réflexion préalable: contraintes des supports binaires



- ◆ Les représentations concrètes internes sont des chaînes de positions binaires de **longueurs finies et fixées**,
 - les éléments internes de la machine sont organisés et ne sont pas extensibles. Généralement les longueurs sont une puissance de deux (8, 16, **32**, **64**, 128, etc.).
- ◆ Un nombre « abstrait » ne peut pas toujours être « représenté » dans la machine:
 - Intervalle de représentation insuffisant pour des nombres trop grands (ou trop petit pour des réels...);
 - Les réels non rationnels ne sont pas représentables. Ils sont approximés par des **rationnels** (Abus de langage informatique : un réel est en réalité un rationnel);
 - La **représentation** d'un nombre peut être différente de la **valeur** réelle de ce nombre à cause d'un déficit de précision.



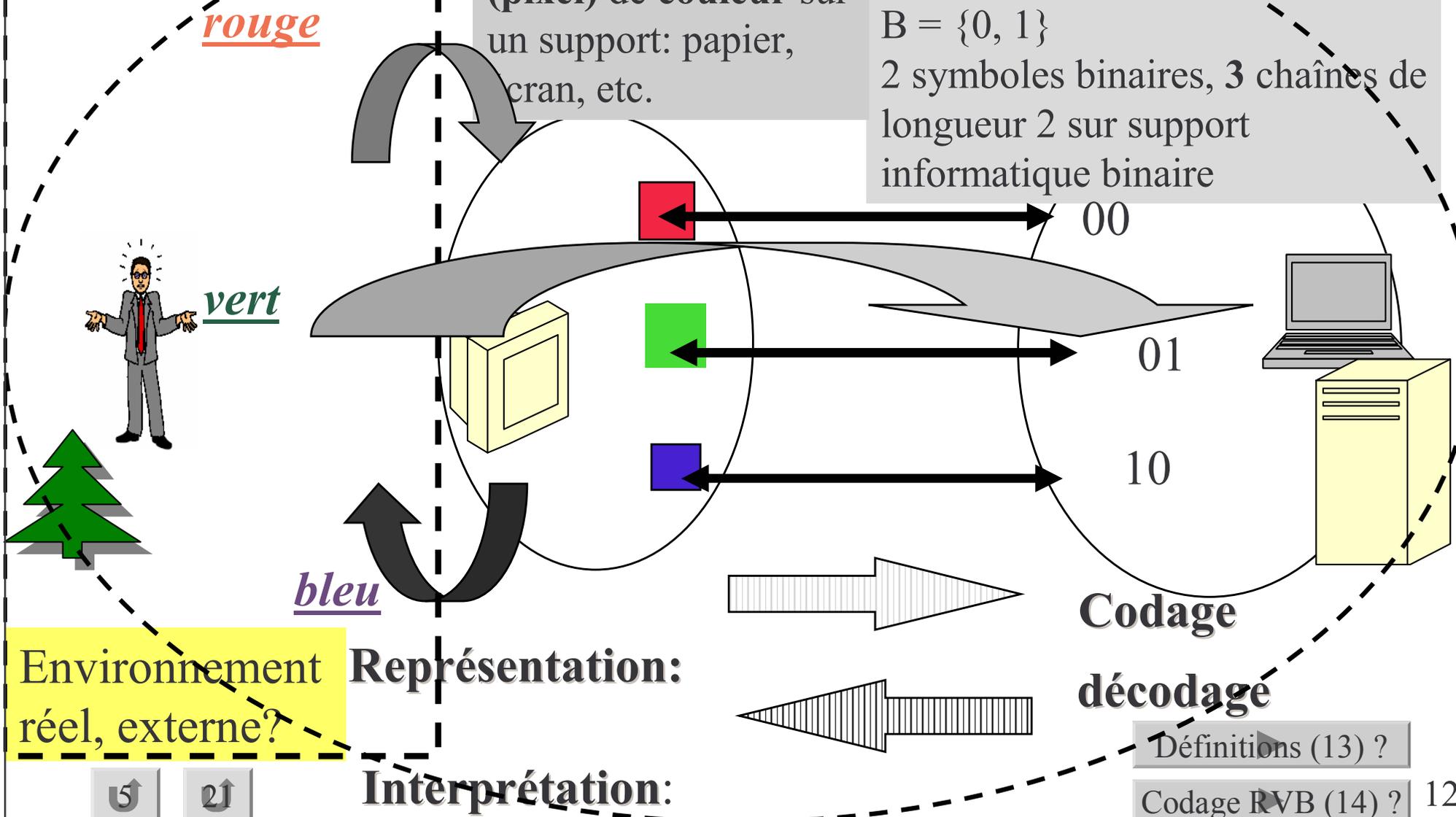


1.1 Réflexion préalable: interface de communication, exemple

«**Espace abstrait**»:
Support biologique
(Perception d'image,
Ici exemple 3 couleurs)

«**Espace concret 1**»
externe: 3 points
(pixel) de couleur sur
un support: papier,
écran, etc.

«**Espace concret 2**» interne,
ordinateur:
 $B = \{0, 1\}$
2 symboles binaires, 3 chaînes de
longueur 2 sur support
informatique binaire



1.1 Réflexion préalable: représentation/interprétation, codage/décodage, transcodage, données

- ◆ La *représentation* définira essentiellement ici l'établissement d'une correspondance des concepts abstraits vers les objets concrets retenus: l'action de représenter...
- ◆ Une **interprétation** définit la correspondance inverse.
- ◆ Pour une simple comparaison entre les **objets concrets obtenus**, on utilisera plutôt ici les termes de **codage** et de **décodage: codage-décodage**.
- ◆ Le terme de **transcodage** pourra généralement être utilisé pour souligner des **équivalences** de codes entre des représentations utilisant des supports informatiques **binaires**.
- ◆ On utilisera éventuellement le terme de «**donnée**» pour caractériser l'information et son codage sur un support concret (différent du support biologique...).

1. Représentation des informations, interprétation codages

1.2 Exemples: représentation et interprétation de « couleurs », **codage RVB** (avec intensité) et interface externe de communication

Environnement/«**Espace abstrait**»:

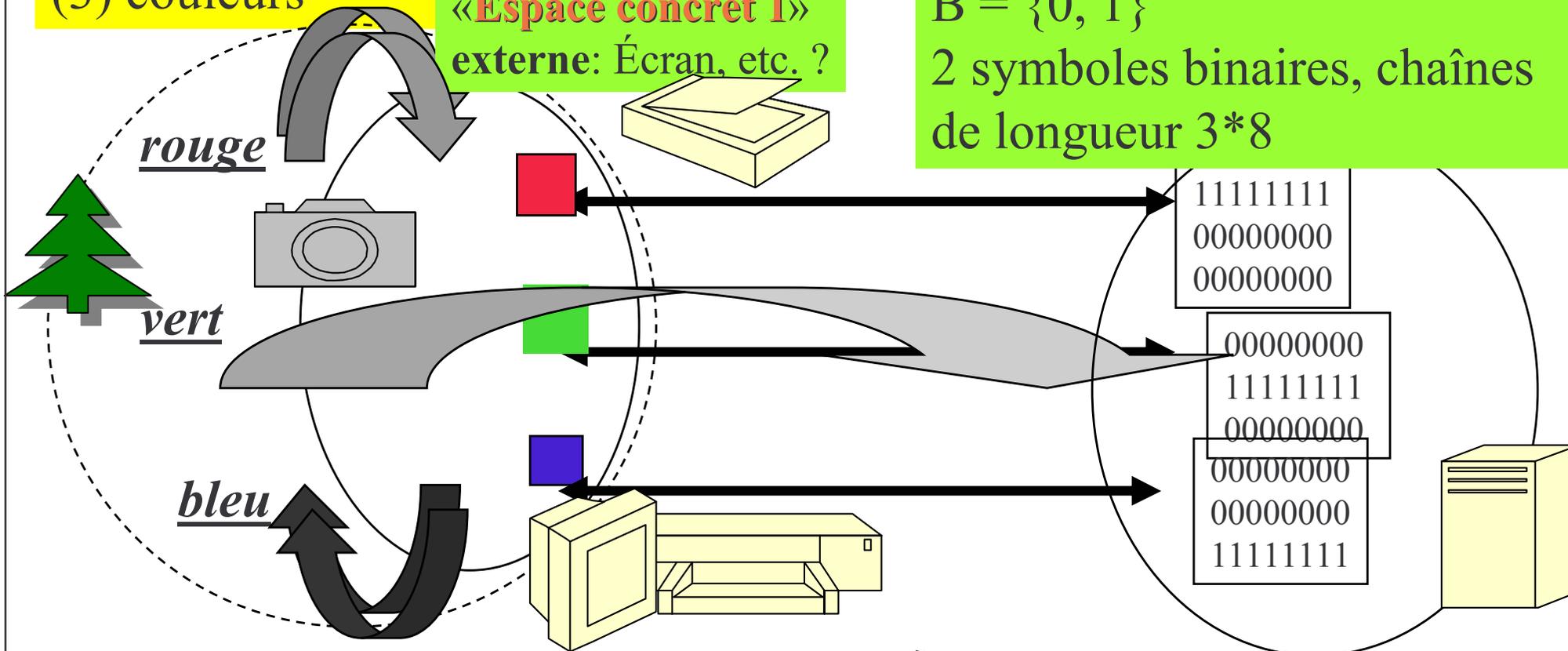
(3) couleurs

«**Espace concret 1**»
externe: Écran, etc. ?

«**Espace concret 2**» interne:

$B = \{0, 1\}$

2 symboles binaires, chaînes de longueur 3×8



Couleurs, Nombres,... (4)

Représentation:

Codage **RVB**

Interprétation:

décodage

1. Représentation des informations, interprétation codages

1.2 Exemples : les nombres entiers, **représentation** d'une notion abstraite par des représentations concrètes

- ◆ Une **valeur**, une quantité, peut être représentée par un **nombre** dans l'espace «**abstrait (artificiel)**» des **entiers naturels**.
- ◆ Dans des espaces «concrets», on peut *représenter* un nombre *n* des **entiers naturels** \mathbb{N} de différentes manières (par différents symbolismes): $\text{code représentation}[\underline{n}] \rightarrow ?$
 - *n* tirets verticaux explicitant les entités élémentaires (boulier, papier),
 - système « romain », etc.,
 - **système de numération décimal** (commode pour le calcul arithmétique...),
 - système de **numération binaire**, octal, hexadécimal, etc. Voir plus loin (22)
- ◆ On a généralement l'habitude, de désigner des nombres des **entiers naturels** par leurs **représentations décimales**. Il faudra éventuellement ici distinguer la désignation des **nombres (concepts abstraits)** et les **chaînes de chiffres** de leurs représentations codées en décimales : nous nous intéressons ici aux techniques même de représentation des nombres «abstrait».

1.2 Exemples : les nombres entiers, nécessité de préciser les **règles d'interprétation**

- ◆ Une représentation concrète peut être **interprétée** de façon correcte que si l'on précise une règle d'interprétation. Par exemple, des objets représentés sont « interprétés » comme:
 - Des nombres:
 - ◆ entiers naturels,
 - Représentés en codage **numération décimale** (taille, support), OU
 - Représentés en codage **numération binaire** (taille, support), etc
 - ◆ entiers relatifs, des réels, etc.
 - **etc.**
- ◆ Exemple : «10» ? , n'a de sens que si le **code de l'action d'interprétation** est précisé...

– $[10]_{\text{représentation_décimale_d'un_entier_naturel}}$, soit $[10]_{10} \rightarrow \underline{10}$

– $[10]_{\text{représentation_binaire_d'un_entier_naturel}}$, soit $[10]_2 \rightarrow \underline{2}$

– $[10]_{\text{représentation_binaire_d'un_code_couleur}}$, soit $[10]_{2\text{co}} \rightarrow \underline{\text{bleu}}$

$$[10]_2 \rightarrow \underline{2}$$

$$[02]_{10} \rightarrow \underline{2}$$

$$[10]_2 = [02]_{10}$$



1.2 Exemples : les nombres entiers, Représentation «concrète» et «externe» en décimal, notations

- ◆ Nous désignons habituellement les **nombres** par une représentation décimale (chiffres arabes) ou par un nom (suite de lettres). Nous nous intéressons ici aux techniques même de représentation des nombres «abstraites». Nous devons donc, au moins dans un premier temps, noter de manière différente les nombres et les chaînes de chiffres décimaux.
- ◆ Nous utiliserons, par exemple, ***l'italique gras souligné*** - ou simplement ***l'italique gras*** - pour noter les nombres. Les chiffres décimaux seront notés normalement par des suites de chiffres, avec ou sans guillemets.

1.2 Exemples : les **nombre**s entiers,

Espaces «concrets»/«abstrait

s», **application** des notations

- ◆ Nous utiliserons, par exemple, ***l'italique gras (souligné)*** pour noter les nombres en tant que concepts abstraits. Les chiffres de leur **codage** seront notés normalement (avec ou sans apostrophe).
- ◆ Code représentation: $10 [\underline{21}] \rightarrow 21$ est **la représentation**, dans une **représentation concrète** choisie, du nombre \underline{n} (indice à gauche).
- ◆ $[21]_{10: \text{code interprétation}} \rightarrow \underline{21}$ est **l'interprétation** en tant que nombre (entier naturel, concept abstrait) de la chaîne (de chiffres, symboles) $x...x$. Ces chiffres sont liés à la **représentation concrète** choisie. Si nécessaire, on note: 'xx...x_{code}'
- ◆ Comparaison de représentations disponibles :

Espaces
concrets

$$[21]_{10: \text{code interprétation } 1} = [0010 0001]_{\text{DCB: code interprétation } 2}$$

Car c'est le même $\underline{n} : \underline{21}$

Espace abstrait

1.2 Exemples : les **nombre**s entiers, Espaces «concrets»/«abstrait», **complément de notations**

- ◆ **Code représentation**: DCB[21] \rightarrow 0010 0001 est la représentation, dans une **représentation** concrète choisie, du nombre n . Présence de l'**indice à gauche** et la désignation explicite du concept abstrait.
- ◆ [21]₁₀: **code interprétation** \rightarrow 21 est l'**interprétation** en tant que nombre abstrait de la chaîne de symboles x...x. Ces symboles sont liés à la représentation concrète choisie. Si nécessaire, on note: 'xx...x_{code}'. Présence de l'**indice à droite** et la désignation **explicite** du concept abstrait.
- ◆ Transformations entre représentations, **transcodage**:

code2: DCB[[21]₁₀: code1] \rightarrow 0010 0001

Vers espace
concret2 :
codage y..y

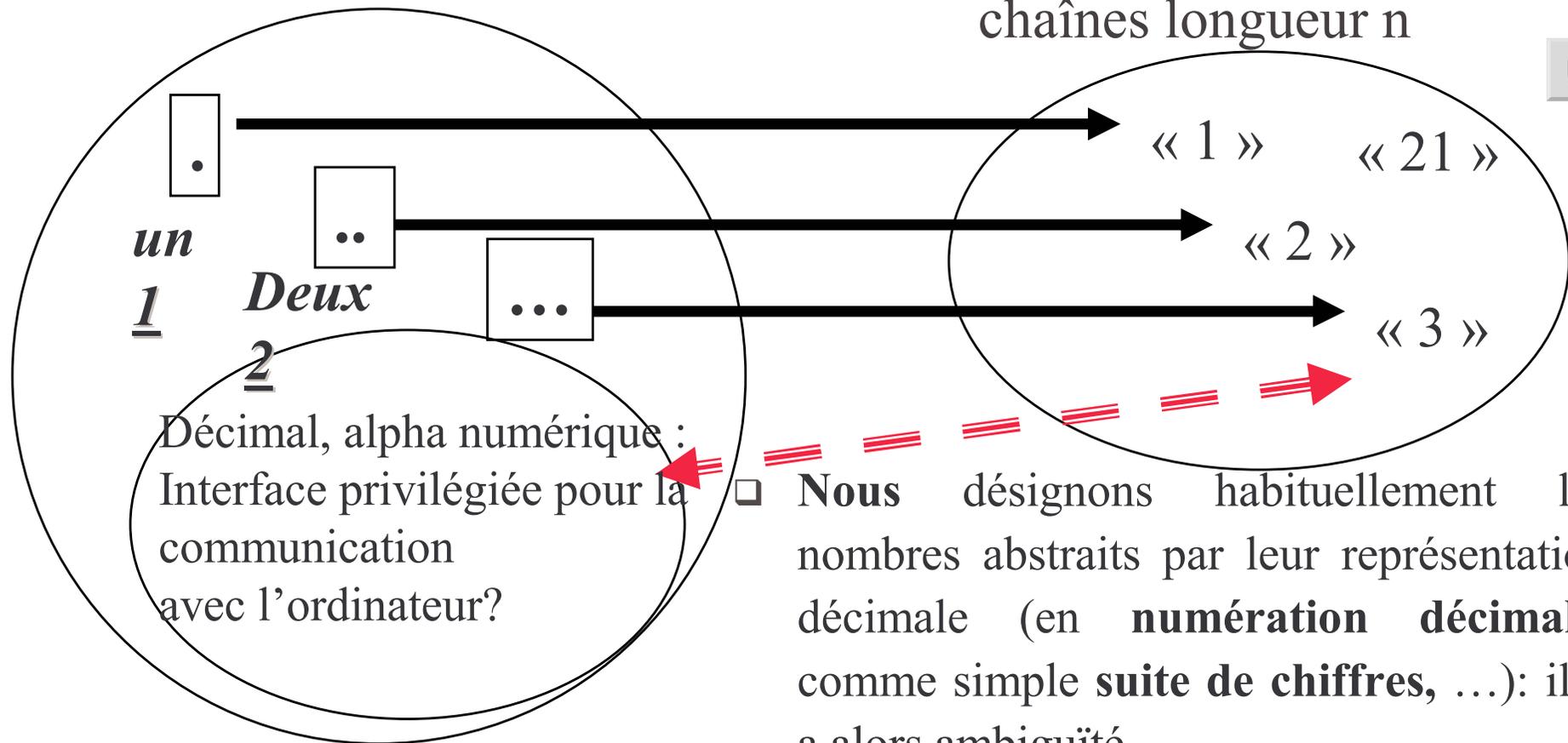
De l'espace concret1:
codage x..x

Passage **implicite** par
l'espace abstrait, n : 21

1.2 Exemples : les nombres entiers, Représentation «externe» en décimal, notations

Nombres/valeurs: **entiers naturels**
(en tant qu'objets abstraits)

Représentation décimale:
10 Chiffres $\{0, 1, \dots, 9\}$
chaînes longueur n



Décimal, alpha numérique :
Interface privilégiée pour la
communication
avec l'ordinateur?

□ **Nous** désignons habituellement les nombres abstraits par leur représentation décimale (en **numération décimale**, comme simple **suite de chiffres**, ...): il y a alors ambiguïté...

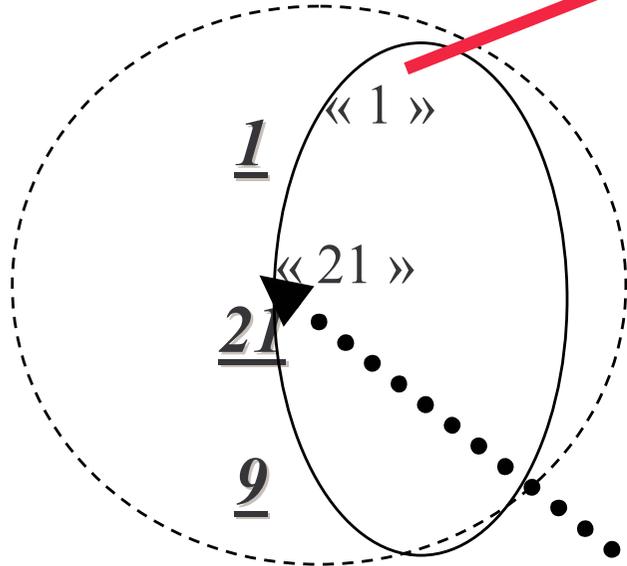
- Nous utiliserons, par exemple, l'***italique*** pour désigner les nombres (abstrait).
- Les chiffres de la représentation (décimale) seront, eux, notés normalement (avec ou sans apostrophe).

1.2 Exemples : les nombres entiers, exemple de codage «ASCII» binaire des chiffres décimaux



Chiffres décimaux
(représentation externes, écran/clavier)

Transcodage:
ASCII[[1]₁₀] →
0011 0001 ?

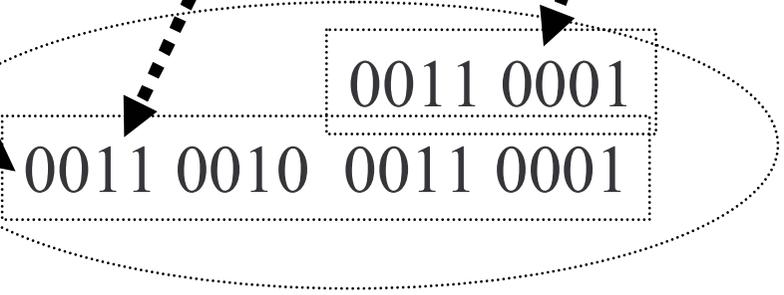


Codage (ici: ASCII)
chiffres

décodage
chiffres

Autre exemple entiers ? (25)

Exemple couleurs ? (12)



Nombres
(en tant qu'objets abstraits:
notés en *italique*)



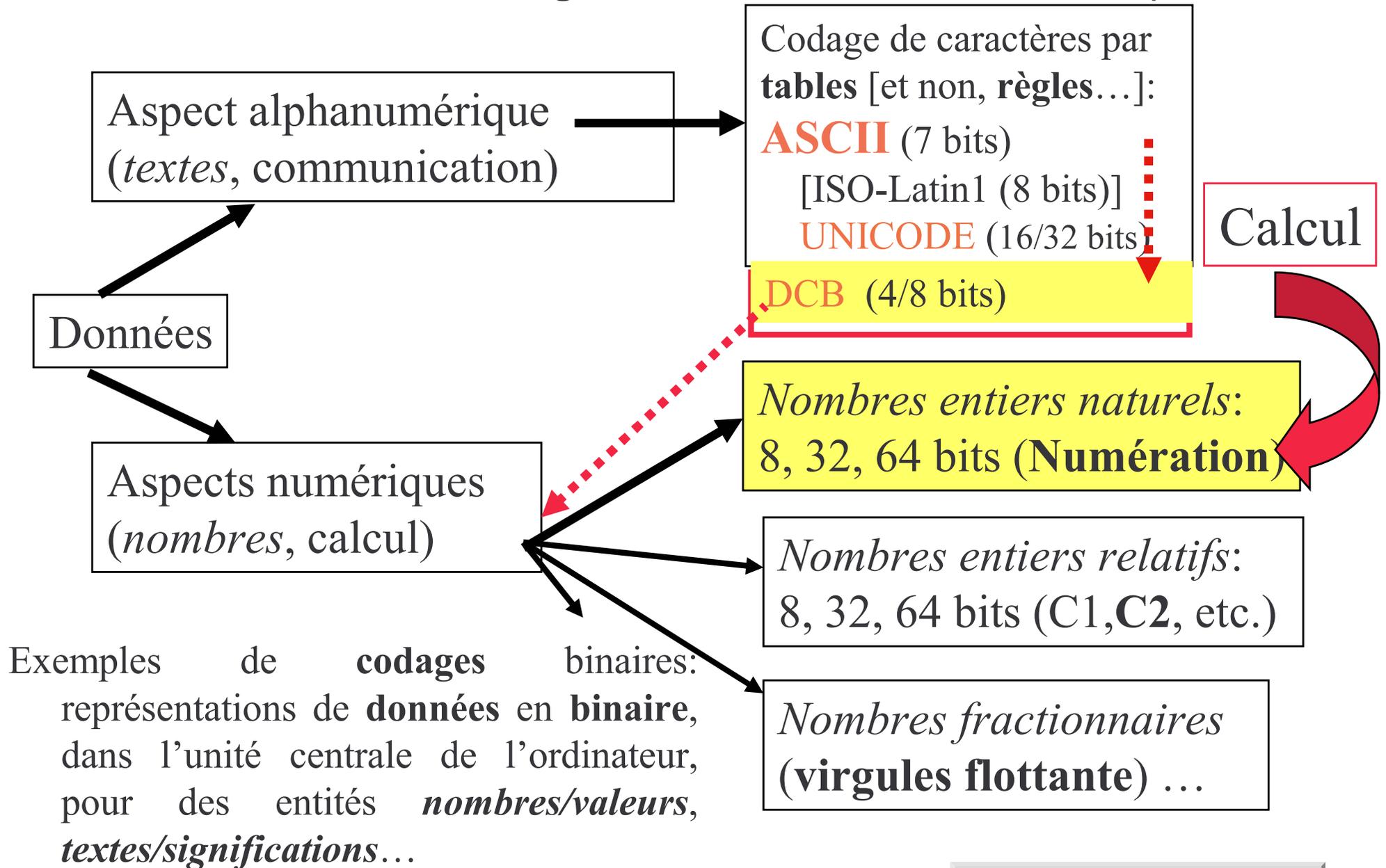
$[1]_{10} = [0011\ 0001]_{ASCII}$

Chiffres décimaux transformés en
ASCII **binaire** (internes)



1. Représentation et interprétation des informations, codage

1.3 Introduction de codages: codes «internes» binaires disponibles



1.3 Introduction de codages: Codes «internes» binaires disponibles, la **représentation DCB** des caractères numériques

- ❑ Les chiffres (caractères numériques) peuvent être codés sous une forme dite **D**écimale **C**odée **B**inaire (notée: DCB en français, BCD en anglais)
- ❑ Le **DCB «étendu»**: Chaque chiffre décimal est représenté par son «équivalent binaire» codé sur un octet. Les 4 bits de gauche (bits de zone) ne servent donc pas.
- ❑ Pour le **DCB «compacté»**, on supprime ces 4 bits et on définit ainsi un codage sur 4 positions seulement.

0	0000	0000
1	0000	0001
2	0000	0010
3	★	0000 0011
4	0000	0100
5	0000	0101
6	0000	0110
7	0000	0111
8	0000	1000
9	0000	1001

$_{10}[341] \rightarrow 341$ avec les chiffres: $341 \Leftrightarrow '3_{10} 4_{10} 1_{10}'$

$DCB[[3]_{10}] \rightarrow 0000 0011$ (- voir table à gauche -)

$DCB[[341]_{10}] = DCB[[3]_{10}] DCB[[4]_{10}] DCB[[1]_{10}]$

$DCB[[341]_{10}] \rightarrow 0000 0011 0000 0100 0000 0001$

$DCB\text{-Compact}[[21]_{10}] \rightarrow 0010 0001$ ou

$[21]_{10} = [0010 0001]_{DCB\text{-Compact}}$

DCB compacté, à prendre par défaut?

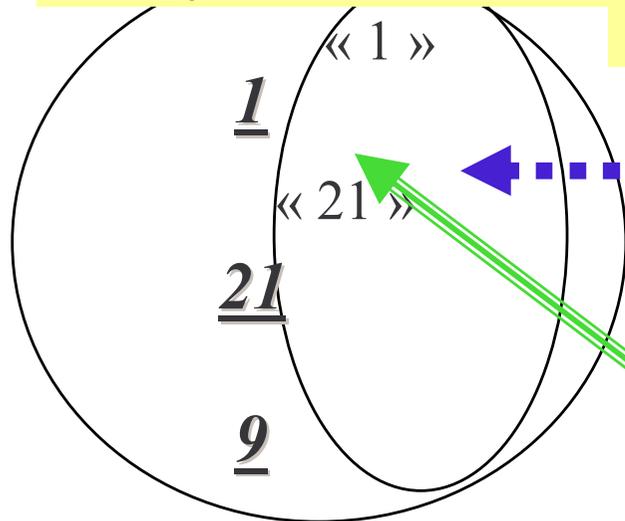
1.3 Introduction de codages: Codage/décodage et transcodage, exemple sur les représentations «internes» binaires d'un nombre entier

Représenté en base 10:

En DCB sur 2x4 positions binaires:

$$10[\underline{21}] \rightarrow 21$$

Chiffres décimaux **codé** en DCB: $[21]_{10} = [0010\ 0101]_{DCB}$



0010 0001

transcodage

transcodage

- Exemple 1 21
- Transcode 26
- Interface 27

Nombres entiers: 21
(en tant qu'objets abstraits en italiques, puis représentés en décimal)

0011 0010 0011 0001

$$DCB[[0011\ 0010\ 0011\ 0001]_{ASCII}] \rightarrow 0010\ 0001$$

2 Chiffres décimaux **codés** en binaires ASCII sur 2x8 positions:
 $[0011\ 0010\ 0011\ 0001]_{ASCII} = [21]_{10}$

1.3 Introduction de codages: Codage/décodage et transcodage de données (- sur leurs supports -), **rappels** et définitions

- ◆ Conversions d'une représentation basée à l'autre fréquentes car :
 - Une représentation (concrète) externe d'un nombre entier souvent sous forme **décimale** ou alpha-numérique (voir définitions précises plus loin);
 - Des représentations (concrètes) interne nécessairement en **binaire** dans l'ordinateur.
- ◆ On appelle souvent **codage**, le passage de la représentation décimale concrète externe d'un nombre à une autre représentation concrète interne (notamment: représentation binaire). On appelle alors **décodage** la transformation inverse.
- ◆ Le terme de **transcodage** sera souvent réservé à des **transformations** entre les codages binaires.



1.3 Introduction de codages: Codage/décodage et transcodage, exemple sur la communication avec un ordinateur

